



Coordinación Académica

Maestría en Gerencia de la Calidad

Análisis estadístico

MSc. Francisco Olivier Paniagua Barrantes

Cálculo de la Muestra

Media Poblacional

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{(\bar{X} - \mu)^2}$$

Error es dimensional,
ejemplo: 1 galón, 1
mm, 0.5°C

Proporción Poblacional

$$n = \frac{Z^2(\pi)(1 - \pi)}{(p - \pi)^2}$$

El error es adimensional,
ejemplo: 1%, 0.5%, 10% y
la respuesta de cada dato
de la muestra es binomial

Determinación del tamaño de la muestra

Factores importantes

El tamaño de la muestra es importante?

Factores:

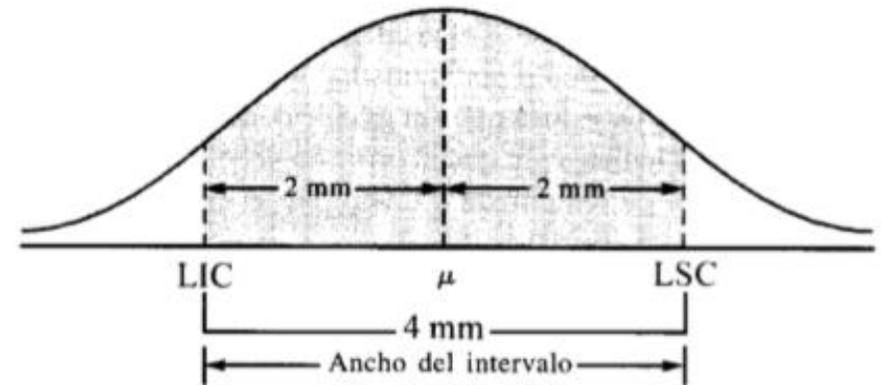
1. Varianza de la población, de quién depende?
2. *Error* tolerable, de quién depende?

Qué *Error* puede tolerar el investigador?, de qué depende?

Ejemplo:

Se supone que en la fabricación de una pieza para discos duros de servidores un error de 2mm en el diámetro no causaría ningún problema, sin embargo todo error superior a 2mm resultará en un disco duro defectuoso.

Si una pieza puede variar por encima y por debajo de algún diámetro deseado en 2mm, se permite un intervalo de 4mm. Todo intervalo dado es dos veces el error tolerable.



Tamaño de la muestra para estimar μ

Tamaño muestral para intervalos de la media poblacional

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{(\bar{X} - \mu)^2}$$



Tamaño de la muestra para estimar μ

Si continuamos con el ejemplo anterior, con un error tolerable de 2mm, la ecuación se escribiría como:

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{(2)^2} \leftarrow$$

El valor de Z va a depender del nivel de confianza, **para 95% es 1.96, para 99% es 2.57**. Después de esto solo queda pendiente determinar la varianza, como hacemos si no se conoce la varianza?

Tamaño de la muestra para estimar μ

Estimación de la varianza

1. Tomar una muestra piloto con un **n** mayor o igual a 30.
2. Calcule la desviación estándar muestral **S**.

Retomando el ejemplo del disco duro, el fabricante desea construir un intervalo del 95% para el tamaño promedio de la muestra, se realizó una muestra piloto obteniéndose una **S** de 6 mm, Que tan grande debe ser la muestra? Un intervalo del 95% da un valor de Z de 1.96, con esto claro:

$$n = \frac{(1.96)^2(6)^2}{(2)^2} = 34.5 \text{ o } 35$$

Tamaño de la muestra para estimar μ

Como sería en Minitab:

Retomando el ejemplo del disco duro, el fabricante desea construir un intervalo del 95% para el tamaño promedio de la muestra, se realizó una muestra piloto obteniéndose una S de 6 mm, Que tan grande debe ser la muestra? Un intervalo del 95% da un valor de Z de 1.96.

Elija Estadísticas > Potencia y tamaño de la muestra > Tamaño de la muestra para estimación.

En Parámetro, seleccione Media (Normal).

En Valor de planificación, ingrese 6 en Desviación estándar.

En Márgenes de error para los intervalos de confianza, ingrese 2.

En opciones revisen el nivel de confianza, debe ser 95% y marquen la casilla de : Asuma que la desviación estándar de la población es conocida.

Haga clic en Aceptar.

Ejercicio

El propietario de un centro de esquí en el sur de Wisconsin está considerando comprar una máquina para hacer nieve y ayudarle a la Madre Naturaleza a proporcionar una base apropiada para los entusiastas esquiadores. Si el promedio de nevadas parece insuficiente, piensa que la máquina debería pagarse muy pronto por sí misma. Necesita estimar las pulgadas promedio de nieve que cae en el área, pero no tiene idea qué tan grande debería ser la muestra. Solo sabe que desea un **99%** de confianza en sus hallazgos y que **el error no debe exceder una pulgada**. El propietario le promete tiquetes gratuitos de temporada, usted puede ayudarlo?

Usted realiza una medición piloto con un **$n \geq 30$** y **obtiene una S de 3.5 pulgadas**.

Respuesta: 82 muestras.

Tamaño de la muestra para estimar π

Como calculamos la muestra para una proporción?, quien define el error?, quien define el grado de confianza?

Tamaño muestral para intervalos
para la proporción poblacional

$$n = \frac{Z^2(\pi)(1 - \pi)}{(p - \pi)^2}$$



Tamaño de la muestra para estimar π

Cuál es el valor de π ?

Se utilizará **un valor de π de 0.5** ya que ese es el método mas Seguro y conservador, esto por que garantiza el tamaño muestral mas grande posible indistintamente del grado de confianza y error deseado.

No existe un valor distinto a 0.5 que pueda asignarse a π que haga mas grande $\pi(1-\pi)$. Si $\pi = 0.5$, entonces $\pi(1-\pi) = 0.25$, todo valor distinto a 0.5 resultaría en $\pi(1-\pi) < 0.25$, por lo tanto n sería mas pequeño.

Tamaño de la muestra para estimar π

Ejemplo

El señor Humberto Pastrana se está postulando para gobernador. El desea estimar dentro de 1 punto porcentual la proporción de personas que votarán por él. También desea tener el 95% de confianza en sus hallazgos. Qué tan grande debería ser el tamaño muestral?

$$n = \frac{(1.96^2)(0.5)(0.5)}{(0.01)^2} = 9604 \text{ votantes}$$

Una muestra de 9604 votantes permitirá a Humberto estimar π con un error de un 1% y un nivel de confianza del 95%.

Tamaño de la muestra para estimar π

Como sería en Minitab:

Retomando el ejemplo anterior, el señor Humberto Pastrana se está postulando para gobernadora. El desea estimar dentro de 1 punto porcentual la proporción de personas que votarán por él. También desea tener el 95% de confianza en sus hallazgos. Qué tan grande debería ser el tamaño muestral?

Elija Estadísticas > Potencia y tamaño de la muestra > Tamaño de la muestra para estimación.

En Parámetro, seleccione Media (Normal).

En Valor de planificación, ingrese 0.5 en desviación estándar.

En Márgenes de error para los intervalos de confianza, ingrese 0.01.

En opciones revisen el nivel de confianza, debe ser 95% y marquen la casilla de : Asuma que la desviación estándar de la población es conocida.

Haga clic en Aceptar.

Ejercicio

El consejo de la ciudad está planeando una ley que prohíbe fumar en edificios públicos, incluyendo restaurantes, paradas de autobús y teatros. Solo estará exenta la vivienda privada. Sin embargo, antes que dicha ley se lleve ante el consejo, este organismo desea estimar la proporción de residentes quienes apoyan dicho plan. La carencia de toda habilidad estadística obliga al consejo a contratarlo como consultor. Su primer paso será determinar el tamaño muestral necesario. Se le dice que su error no debe exceder del 2% y usted debe estar 95% seguro de sus resultados.

Respuesta: Una muestra de 2401 ciudadanos permitirá al consejo de la ciudad estimar π con un error de un 2% y un nivel de confianza del 95%.

Bibliografía

- Besterfield, D.H. (2009) “Control de Calidad”, Prentice Hall. Octava edición.
- Evans, J. & Lindsay, W. (2008) “Administración y control de la calidad”, Internacional Thomson Editores, Séptima edición
- Gómez Barrantes Miguel, Elementos de Estadística Descriptiva, Ed EUNED, 2001
- Manual del Usuario MINITAB 17 www.Minitab.com
- Montgomery, Douglas. “Probabilidad y Estadística aplicada a la Ingeniería”. Mc Graw Hill. México, 2002.
- Moya M, Robles N. “Probabilidad y Estadística”, 2ª. Ed. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica, 2010.
- Walpole et al. “Probabilidad y estadística para ingenieros”. Prentice Hall. México, 2004.