

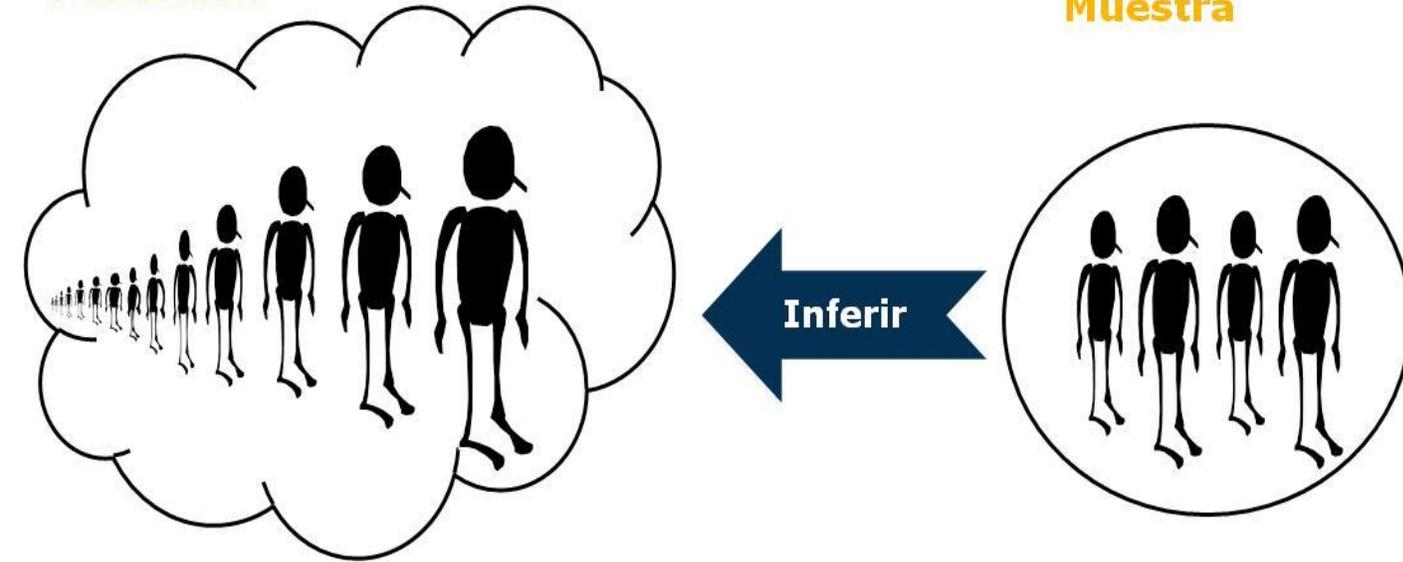
MÉTODOS ESTADÍSTICOS

MSc. Sofía Arburola Briceño

Población-Muestra

Población

Muestra



- Las poblaciones son generalmente muy grandes para ser estudiadas en su totalidad, su tamaño requiere que se seleccionen muestras para hacer inferencias sobre las poblaciones.

| | Población | Muestra |
|---------------------|-----------|-----------|
| Media | μ | \bar{x} |
| Desviación estándar | σ | S |

Determinación del tamaño de la muestra

¿Cómo se conforma el tamaño de la muestra?

Tamaño de la población: Es la cantidad total de personas en el grupo que se desea estudiar.

Margen de error: Un porcentaje que dice en qué medida se puede esperar que los resultados reflejen la opinión de la población general. Entre más pequeño sea el margen de error, más cerca estará de tener la respuesta correcta con un determinado nivel de confianza.

Nivel de confianza del muestreo: Un porcentaje que revela cuánta confianza puede tener en que la población seleccionada, presentará resultados que oscilarán entre los números X e Y.

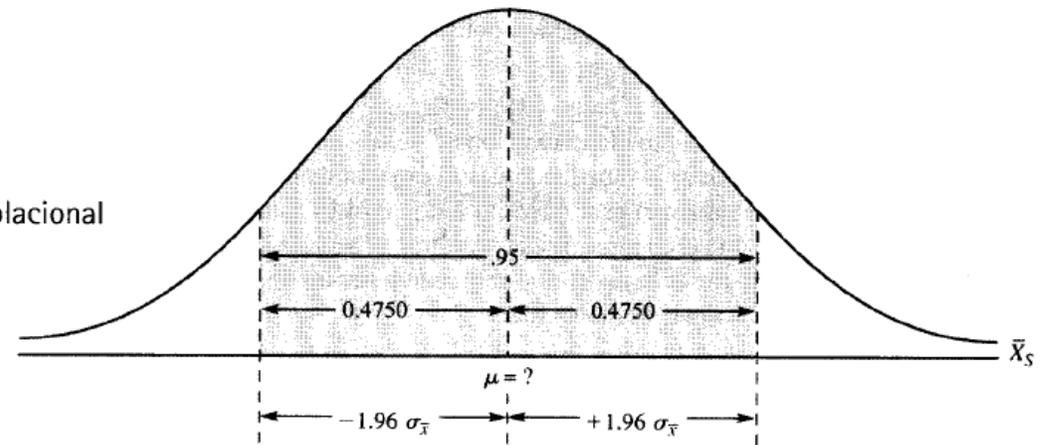
| | Si se aumenta el valor | Si se disminuye el valor |
|-------------------------------|------------------------|--------------------------|
| Tamaño de la población | La precisión disminuye | La precisión aumenta |
| Tamaño de la muestra | La precisión aumenta | La precisión disminuye |
| Nivel de confianza | La precisión aumenta | La precisión disminuye |
| Margen de error | La precisión disminuye | La precisión aumenta |

Determinación del tamaño de la muestra

La puntuación z es la cantidad de desviaciones estándar que una proporción determinada se aleja de la media. Se relaciona con el nivel de confianza deseado.

| Nivel de confianza deseado | Puntuación z |
|----------------------------|--------------|
| 80 % | 1.28 |
| 85 % | 1.44 |
| 90 % | 1.65 |
| 95 % | 1.96 |
| 99 % | 2.58 |

Figura 7.2
Intervalo de confianza del 95% para estimar la media poblacional



Coefficiente de confianza El coeficiente de confianza es el nivel de confianza que se tiene en el que el intervalo contenga el valor desconocido del parámetro.

Valor alfa Es la probabilidad de error o la probabilidad de que un intervalo dado no contenga la media poblacional desconocida.

Fuente: Webster, A. (2001). "Estadística aplicada a los negocios y a la economía", 3ª. Ed., Mc Graw-Hill, Colombia. Capítulo 7, pág. 172

Tipos de población

Conociendo el N poblacional

$$n = \frac{Z^2_{\frac{\alpha}{2}} * N * \sigma^2}{Z^2_{\frac{\alpha}{2}} * \sigma^2 + N * e^2}$$



No se conoce el N poblacional

$$n = \left(\frac{Z \left(\frac{\alpha}{2} \right) * \sigma}{e} \right)^2$$

Determinación del tamaño de la muestra

Factores importantes

El tamaño de la muestra es importante al determinar la probabilidad de error así como en la precisión de la estimación.

Factores que influyen en el tamaño muestral:

1. Varianza de la población (*medida de dispersión que representa la variabilidad de una serie de datos respecto a su media*).
2. Error tolerable que el investigador está dispuesto a aceptar (diferente al valor de alfa).

Cálculo de la Muestra Población Infinita

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{(\bar{X} - \mu)^2}$$

$$n = \frac{Z^2(\pi)(1 - \pi)}{(p - \pi)^2}$$

Media Poblacional
(μ)

Proporción Poblacional
(π)

Error es dimensional,
ejemplo: 1 galón, 1
mm, 0.5°C

El error es
adimensional,
ejemplo: 1%, 0.5%,
10%

Se utiliza como un estimador para determinar el intervalo de confianza de encontrar la media poblacional

Se utiliza para responder que proporción de la población cumple cierto criterio binario. Dependen de parámetros que son dicotómicos por ejemplo: Fracaso/Éxito, Conforme/No Conforme, Bueno/Malo

Cálculo del tamaño de la muestra con estimación de la media poblacional (μ)

Tamaño muestral para intervalos de la media poblacional

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{(\bar{X} - \mu)^2}$$

Tamaño de la muestra (μ)

Para el cálculo del tamaño muestral para intervalos de la media poblacional se utiliza la siguiente ecuación :

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{(\text{Error tolerable})^2}$$

- El valor de Z (unidad de desviación estándar) va a depender del nivel de confianza, para 95% es 1.96, para 99% es 2.58
- Después de esto solo queda pendiente determinar la varianza (σ^2) de la población.

Tamaño de la muestra (μ)

Estimación de la varianza con un muestreo piloto

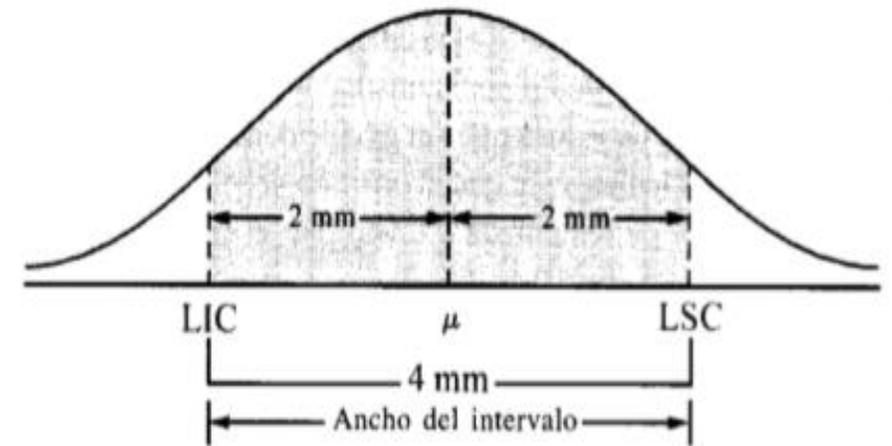
1. Tomar una muestra piloto con un n mayor o igual a 30, debe tener un comportamiento de distribución normal (aplicar prueba de normalidad).
2. Calcule la desviación estándar muestral.

Tamaño de la muestra (μ)

Ejemplo:

Se supone que en la fabricación de una pieza para un dispositivo médico se permite un **error** de 2mm en el diámetro. El fabricante desea construir con un **nivel de confianza** del 95% para el tamaño promedio de la muestra, se realizó una muestra piloto obteniéndose una **desviación estándar muestral** de 6 mm,

¿Que tan grande debe ser la muestra para realizar inferencias estadísticas de la población?



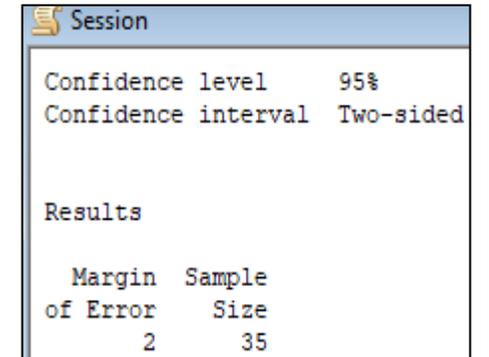
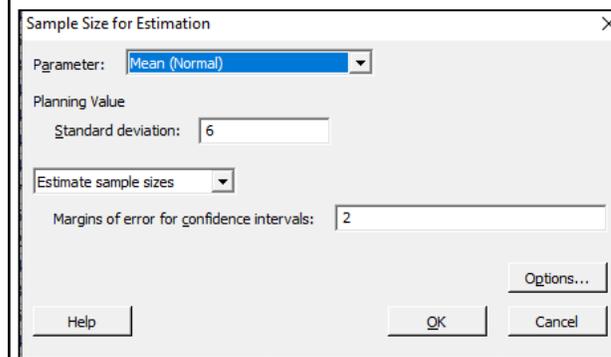
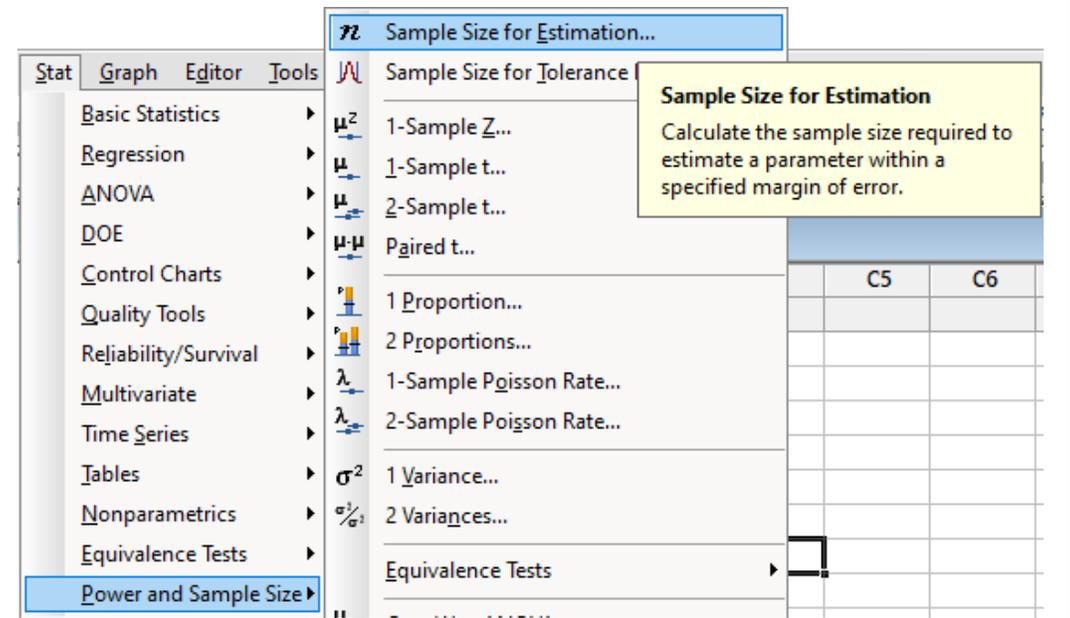
$$n = \frac{(1.96)^2(6)^2}{(2)^2} = 34.5 \text{ o } 35$$

Un nivel de confianza del 95% requiere un valor de Z de 1.96 ($0.95/2=0.4750$). El área bajo la curva de 0.4750 corresponde a un valor de Z de 1.96

Tamaño de la muestra (μ)

GUÍA MINITAB

- Elija Estadísticas -> Potencia y tamaño de la muestra -> Tamaño de la muestra para estimación.
- En Parámetro seleccione:
 - Media (Normal).
 - En valor de planificación, desviación estándar (6).
 - En Márgenes de error para los intervalos de confianza, ingrese 2.
- En opciones el nivel de confianza, debe ser 95% y marcar la casilla de: *Asuma que la desviación estándar de la población es conocida*.
- Haga clic en Aceptar, ver Sesión.



Cálculo del tamaño de la muestra con estimación de la proporción poblacional (π)

Tamaño muestral para intervalos para la proporción poblacional

$$n = \frac{Z^2(\pi)(1 - \pi)}{(p - \pi)^2}$$

Tamaño de la muestra (π)

Para el cálculo del tamaño de la muestra con estimación de la proporción poblacional (π) se utiliza la siguiente ecuación:

$$n = \frac{Z^2(\pi)(1 - \pi)}{(\rho - \pi)^2}$$

Error tolerable ←

No existe un valor distinto a 0.5 que pueda asignarse a π que haga más grande $\pi(1 - \pi)$.

Si $\pi = 0.5$:

Entonces $\pi(1 - \pi) = 0.25$, todo valor distinto a 0.5 resultaría en $\pi(1 - \pi) < 0.25$, por lo tanto n sería más pequeño.

- El valor de Z (unidad de desviación estándar) va a depender del nivel de confianza, para 95% es 1.96, para 99% es 2.58
- Se utilizará un valor de π de 0.5 ya que ese es el método más seguro y conservador, esto por que garantiza el tamaño muestral más grande posible indistintamente del grado de confianza y error deseado.

Tamaño de la muestra (π)

Ejemplo:

Debido a las medidas de confinamiento por la pandemia, la clínica de salud está planeando un programa para bajar de peso y desea estimar la proporción de participantes. Como requisito se necesita conocer el tamaño muestral necesario, conociendo que **el error no debe exceder el 2% y se debe estar 95% seguro de sus resultados para realizar las inferencias estadísticas.**

¿Cuántos participantes (tamaño de la muestra) se requieren para poder realizar inferencias estadísticas de la población para el plan de salud?

$$n = (1.96)^2 (0.5) (0.5) / (0.02)^2$$

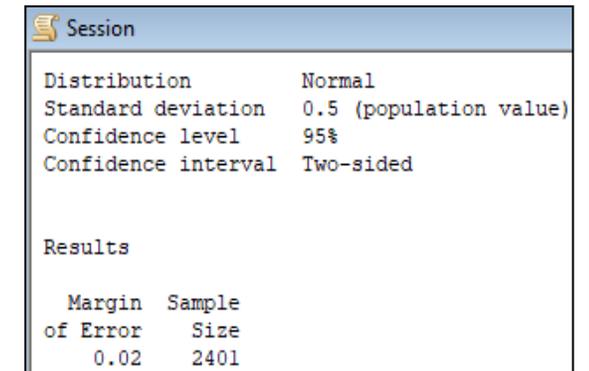
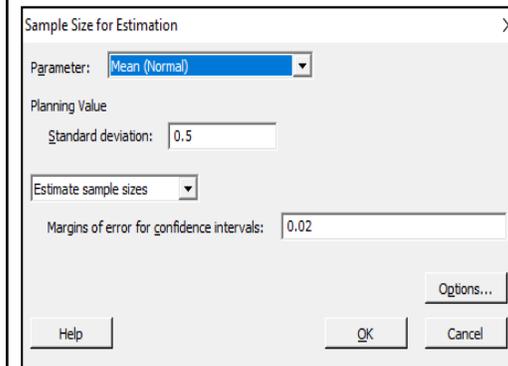
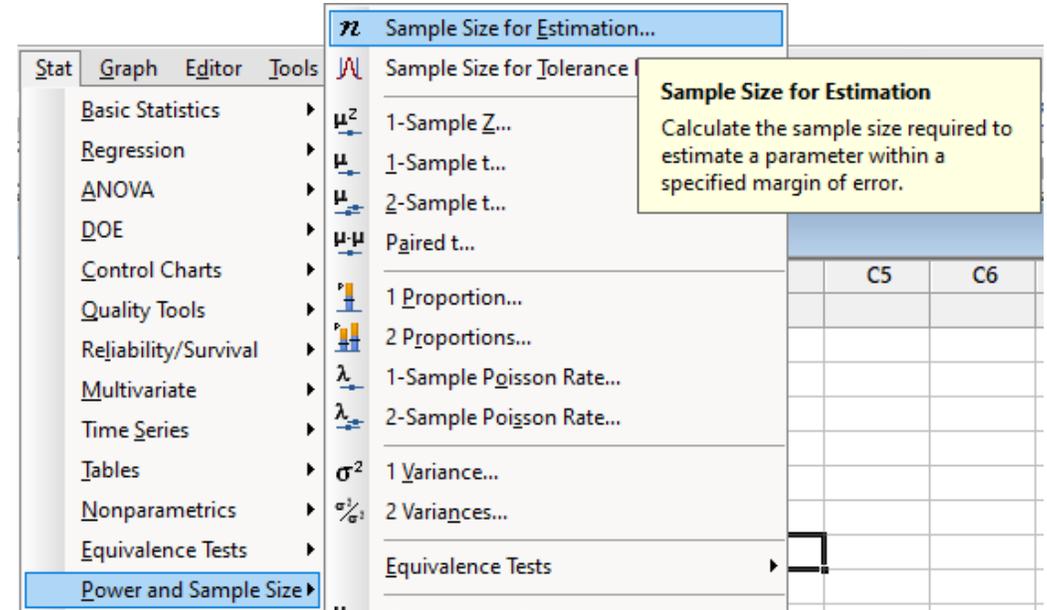
$$n = 2401 \text{ participantes}$$

R/ Con una muestra de 2401 participantes permitirá a la clínica de salud realizar inferencias estadísticas del plan de salud, con un error del 2% y un nivel de confianza del 95%

Tamaño de la muestra (π)

GUÍA MINITAB

- Elija Estadísticas -> Potencia y tamaño de la muestra -> Tamaño de la muestra para estimación.
- En Parámetro seleccione:
 - Media (Normal).
 - En valor de planificación, desviación estándar (0.5).
 - En Márgenes de error para los intervalos de confianza, ingrese 0.02.
- En opciones el nivel de confianza, debe ser 95% y marcar la casilla de: *Asuma que la desviación estándar de la población es conocida*.
- Haga clic en Aceptar, ver Sesión.



Bibliografía

- Besterfield, D.H. (2009) “Control de Calidad”, Prentice Hall. Octava edición.
- Evans, J. & Lindsay, W. (2008) “Administración y control de la calidad”, Internacional Thomson Editores, Séptima edición
- Gómez Barrantes Miguel, Elementos de Estadística Descriptiva, Ed EUNED, 2001
- Manual del Usuario MINITAB 17 www.Minitab.com
- Montgomery, Douglas. “Probabilidad y Estadística aplicada a la Ingeniería”. Mc Graw Hill. México, 2002.
- Moya M, Robles N. “Probabilidad y Estadística”, 2ª. Ed. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica, 2010.
- Walpole et al. “Probabilidad y estadística para ingenieros”. Prentice Hall. México, 2004.
- Webster, A. (2001). “Estadística aplicada a los negocios y a la economía ”, 3ª. Ed., Mc Graw-Hill, Colombia.